

Beschreibung von pneumatischen Dämpfungssystemen mit dimensionsanalytischen Methoden

Prof. Dr.-Ing. **Peter Pelz**, Technische Universität Darmstadt

Zusammenfassung

Luftfeder und Luftdämpfungssysteme sind Krafterelemente, die aufgrund Ihrer Funktionalitäten zunehmend klassische Feder- und Dämpfungselemente in schwingungsfähigen Systemen ersetzen.

Im vorliegenden Beitrag wird einleitend dargelegt, dass sich je nach Entwicklungsziel, Komfort oder Adaption an Beladungsänderung, unterschiedliche konstruktive Lösungen anbieten. Im Hauptteil wird das Übertragungsverhalten von Luftfeder und Luftfederdämpfersystemen physikalisch geklärt und im Detail beschrieben. Dabei wird die typische Frequenz f_γ für den Übergang von isothermer zu adiabater Zustandsänderung sowie die Abstimmfrequenz f_0 des Luftfederdämpfers, welche die Frequenzlage des Dämpfungsmaximums beschreibt, mit den Methoden der Dimensionsanalyse [1] hergeleitet.

Darüber hinaus wird das nichtlineare Übertragungsverhalten von Luftfeder- und Luftfederdämpferelementen modelliert, indem die Erhaltungsgleichungen für Masse und Energie als Ausgangspunkt für ein rein physikalisches Bauteilmodell genutzt werden. Durch Betrachtung kleiner Amplituden wird eine Linearisierung vorgenommen.

1. Einleitung

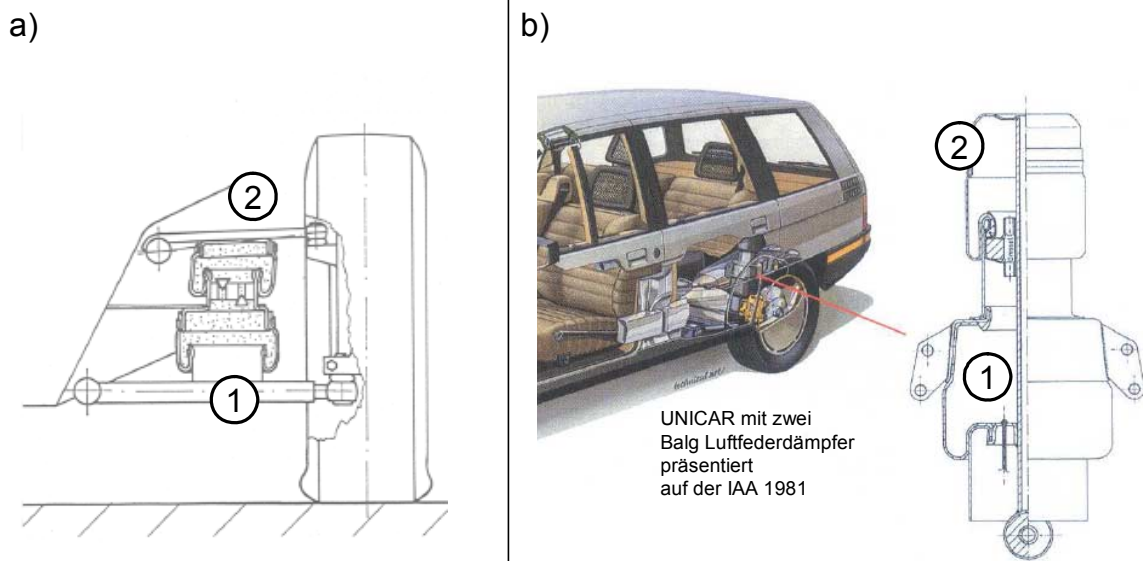


Abb. 1: Luftfederdämpfer mit reduzierter Columbscher Reibung. a) äußerer und b) innerer kinematischen Kopplung der durch die Drosselventile kommunizierenden Luftvolumina 1 und 2. Lösung a) ist frei von Reibstellen. Bei Lösung b), vorgestellt 1988 auf der IAA im Forschungsfahrzeug UNICAR, tritt Gleitreibung allein zwischen Stange und Stangendichtung auf [2].

Luftfeder und Luftdämpfungssysteme sind Krafterelemente, die aufgrund Ihrer Funktionalitäten zunehmend klassische Feder- und Dämpfungselemente in schwingungsfähigen Systemen ersetzen. Alle Luftfeder und Luftdämpfungssysteme erlauben eine quasistatische Anpassung des Abstandes von Straße zu Aufbau, Niveau genannt. Diese Funktion wird bei Omnibussen genutzt, um den Passagieren das Einsteigen zu erleichtern. Bei Personenkraftwagen ist eine Niveaureduktion bei Überschreiten einer Grenzggeschwindigkeit wünschenswert, mit dem Ziel den Kraftstoffverbrauch zu reduzieren. Umgekehrt ermöglicht die Niveauregulierung bei Sport Utility Vehicles eine verbesserte Geländegängigkeit.

Darüber hinaus unterscheiden sich die Gründe für den Einsatz der Elemente je nach Fahrzeugklasse:

1. Bei Fahrzeugen mit einem großen Verhältnis von Leergewicht zu maximalem Gewicht (Nutzfahrzeugen, Transporter, Kleinfahrzeuge, Motorräder) steht der Einfluss der Fahrzeugbeladung auf das dynamische Verhalten des Systems im Vordergrund.
2. Bei Personenkraftwagen der oberen Mittelklasse und Oberklasse aber auch bei der Lagerung der Fahrerkabine eines Nutzfahrzeuges ist Komfort und die subjektiv empfundene Rauigkeit des Fahrzeuges, Harshness genannt, wesentlich.

Luftdämpfungssysteme ermöglichen konstruktive Lösungen, bei denen auf dynamische Dichtungen weitgehend verzichtet werden kann. Die bei hydraulischen Systemen zumeist notwendige Stangen- und Kolbendichtung wird durch Rollbälge ersetzt, die eine Relativverschiebung bei gleichzeitiger weitgehend idealer Abdichtung ermöglichen. Abbildung 1 zeigt zwei derartige Lösungen [2].

Hypothetisch sind die Coulombsche Reibkräfte der Dichtstellen maßgeblich für das subjektiv empfundene raue Fahrverhalten verantwortlich. Doch auch wenn auf Reibstellen komplett verzichtet werden kann, tragen die quasistatischen Walkkräfte infolge der Rollbälge zu einer Kraftantwort bei, die als Coulombsche Reibkraft aufgefasst werden kann. Es liegt in der Erfahrung, d.h. dem Materialwissen und der Fertigungstechnologie der Zulieferer die Walkkraft als Funktion der Geometrie, des Materials und des Bauteildruckes zu reduzieren. Die Technologie zur zuverlässigen Fertigung von dünnen Rollbälgen wurde vornehmlich durch deutsche Automobilzulieferer und Fahrzeughersteller in den vergangenen 10 Jahren kontinuierlich weiterentwickelt. Nicht zuletzt ist die Reife dieser Technologie Voraussetzung für eine erfolgreiche Serienumsetzung der Technologie Luftfederdämpfung in Anwendungen, bei denen es auf höchsten Komfort ankommt.

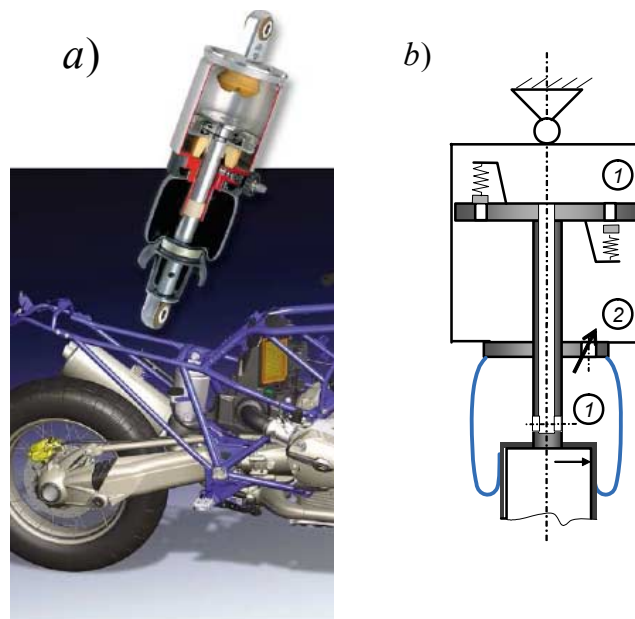


Abb. 2: Luftfederdämpfer als Federdämpferelement des BMW Motorrad HP2 als 3D Darstellung a) [2] und Prinzipbild b).

Abbildung 2 a) zeigt einen Luftfederdämpfer, bei dem weniger der Komfort im Vordergrund steht als vielmehr die Selbstadaption des Systems an unterschiedliche Beladungszustände.

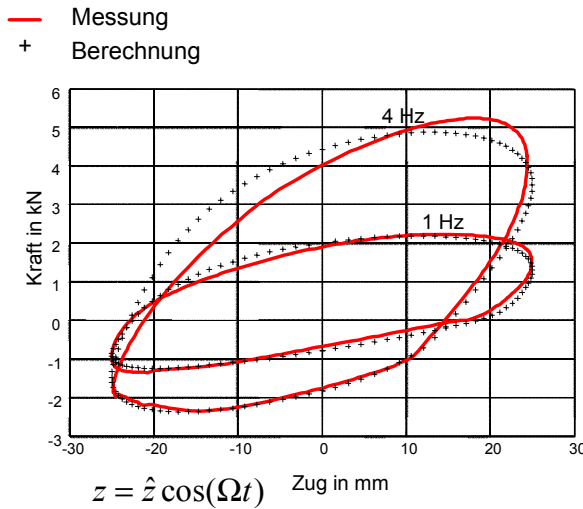
Das Bauteil besteht aus drei Volumina, wobei oberes und unteres Volumen durch die hohle Stange verbunden sind. Der engste Strömungsquerschnitt zwischen den Teilvolumina 1 ist so groß gewählt, dass zu jedem Zeitpunkt die Luft in den Volumina 1 im Gleichgewicht ist, so dass physikalisch oberes und unteres Volumen als ein Volumen anzusehen sind.

Einfluss der inneren Flüssigkeitsreibung auf die Dämpfung

Der gewünschte Energieverlust pro Zeiteinheit entsteht durch die druckgetriebene Strömung zwischen den Volumina 1 und 2. Wie dieser Energieverlust zustande kommt, lässt sich anhand folgender Überlegung eindeutig aussagen:

In der betrachteten Anwendung ist die typische Ventillänge L im Bereich von 0.1 bis 1.0 cm, die kinematische Viskosität ν von Luft ist je nach Druck und Temperatur von der Größenordnung 0.1 bis 0.2 cm²/sec. Daraus folgt, dass bei einer Änderung der Zu- bzw. Abströmbedingung die Zeit $L^2 / \nu > 10 \text{ sec}$ verstreichen muss, bis die Reibung sich im kompletten Ventilquerschnitt bemerkbar gemacht hat. Daraus folgt weiter, dass die innere Reibung im Ventil für den Dämpfungsvorgang bei zu bedämpfenden Eigenfrequenzen von größer oder gleich 1 Hz überhaupt keine Rolle spielen kann. Von laminarer oder turbulenter Drossel zu sprechen, wie es zuweilen im Zusammenhang mit Luftdämpfung gemacht wird, ist daher eher verwirrend als für das Verständnis der Strömungsvorgänge hilfreich. Die innere Reibung kommt erst stromab des Ventils zu ihrem Recht. Hier zerfällt der Freistrah in Wirbel, in denen die eigentliche Dissipation stattfindet. Die Größenordnung der Viskosität spielt für den Dämpfungsvorgang aber keine unmittelbare Rolle, weshalb sie in allen folgenden Betrachtungen nicht berücksichtigt werden muss und wird.

2. Übertragungsverhalten von Luftfeder- und Luftfederdämpfer



Definition von Steifigkeit und Verlustwinkel

$$\hat{F}_c := \frac{1}{\pi} \int_0^\pi F \cos(\Omega t) d(\Omega t),$$

$$\hat{F}_s := \frac{1}{\pi} \int_0^\pi F \sin(\Omega t) d(\Omega t),$$

$$\hat{F}^2 := \hat{F}_c^2 + \hat{F}_s^2,$$

$$c := \hat{F} / \hat{z}$$

$$\tan \delta := \hat{F}_s / \hat{F}_c$$

Abb. 3: Kraft-Weg-Kurve eines Luftfederdämpfers mit Druckbegrenzungsventilen bei einer Anregungsfrequenz von 1 Hz und 4 Hz.

Betrachtet man die Kraftantwort F über der Zeit t eines Luftfederdämpferelementes bei einer harmonischen Weganregung $z = \hat{z} \cos(\Omega t)$, so kann die Steifigkeit über die ersten Koeffizienten einer Fourierreihe definiert werden (Abb 3). Häufig ist es jedoch einfacher, den Verlust- bzw. Phasenwinkel unmittelbar aus der Dämpfearbeit $W = \oint F dz$ pro Schwingung zu bestimmen: $\sin \delta := W / \pi \hat{F} \hat{z}$. Für kleine Wegamplituden \hat{z} verhält sich das Kraftelement linear, so dass beide Definitionen identisch sind.

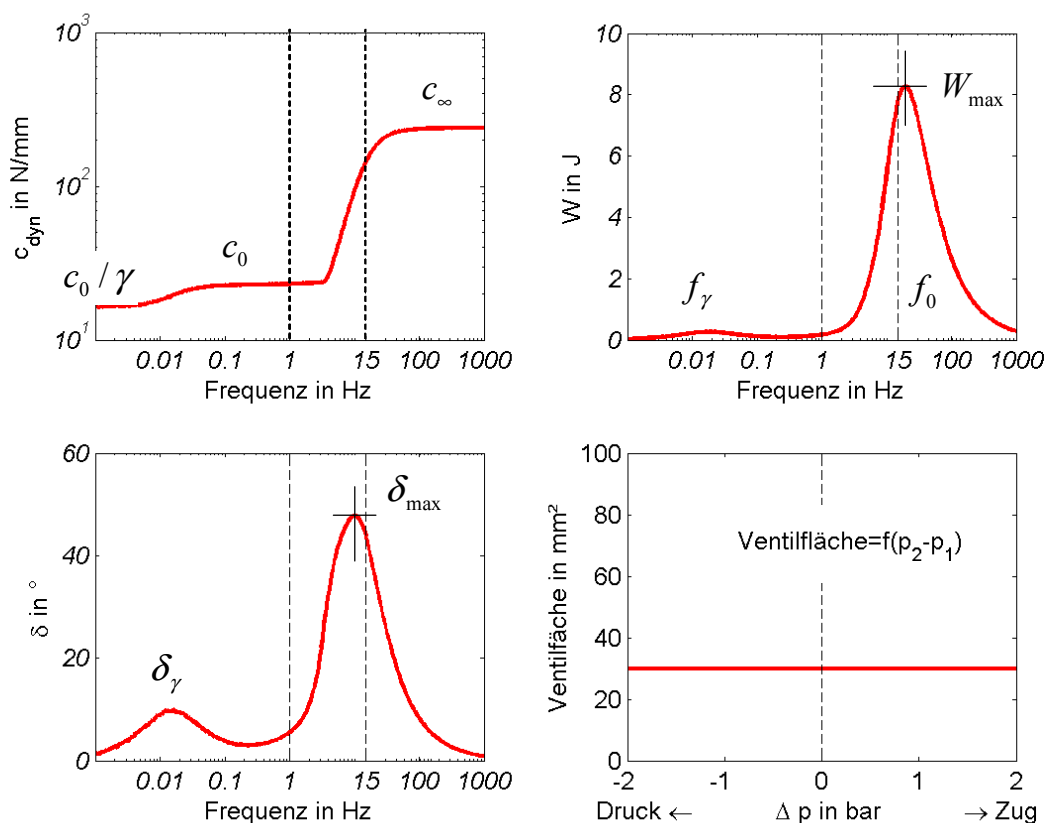


Abb. 4: Übertragungsverhalten eines Luftfederdämpfers mit zwei Volumina bei einer harmonischen Weganregung mit der Amplitude 5 mm.

Abbildung 4 zeigt den Verlauf von Steifigkeit c , Verlustwinkel δ und Dämpfarbeit W (pro Schwingenspiel) eines Luftfederdämpfers mit zwei Luftvolumina (vgl. Abb. 1 und 2) über der Frequenz f bei einer harmonischen Weganregung. Der Steifigkeitsverlauf zeigt drei horizontale Tangenten:

1. $c = c_0 / \gamma$ für $f \ll f_\gamma$,
2. $c = c_0$ für $f_\gamma \ll f \ll f_0$,
3. $c = c_\infty$ für $f \gg f_0$.

Frequenzbereich $f_\gamma \ll f \ll f_0$:

Mit c_0 ist die Auslegungssteifigkeit des Bauteils für kleine Amplituden bezeichnet. Im Abschnitt $c = c_0$ ist die Anregungsfrequenz bei gegebener Wegamplitude so klein, dass zu jedem Zeitpunkt die Volumina 1, 2 im Gleichgewicht sind: $T_1 = T_2 = T$, $p_1 = p_2 = p$. Auf der

anderen Seite ist im Bereich der Auslegungssteifigkeit c_0 die Anregungsfrequenz so groß, dass während eines Schwingenspiels kein Temperatenausgleich mit der Umgebung stattfinden kann. Infolgedessen kann in dem Frequenzbereich $f_\gamma \ll f \ll f_0$ keine Dämpfung stattfinden, das Bauteil verhält sich wie eine Feder mit dem Gesamtvolumen $V = V_1 + V_2$, der Tragfläche $A_T = A_{T2} - A_{T1}$ und der Verdrängerfläche $A = A_2 - A_1$ (vgl. Abbildung 5). Deren Steifigkeit ist bei kleinen Amplituden durch $c_0 = \rho_0 A A_T / V + (p_0 - p_u) dA_T / dz$ gegeben (vgl. z.B. [3]).

Frequenzbereich $f \ll f_\gamma$:

Erst für Frequenzen kleiner f_γ steht die Luft in den Volumina zu jedem Zeitpunkt (!) mit der Umgebung im thermischen Gleichgewicht, so dass $T_1 = T_2 = T_u$ gilt. Für diesen isothermen Fall ist die Bauteilsteifigkeit um den Faktor $1/\gamma = c_v/c_p$ kleiner als die Auslegungssteifigkeit (c_v, c_p bezeichnet die spezifische Wärmekapazität des Gases bei konstantem Volumen bzw. konstantem Druck).

Frequenzbereich $f \gg f_0$:

Für Frequenzen sehr viel größer der Abstimmfrequenz $f \gg f_0$ findet allein eine Kompression bzw. Expansion der Luft in den Volumina 1,2 statt, ohne dass eine ausgleichende Ventilströmung stattfinden kann. Infolgedessen verschwindet bei der asymptotischen Steifigkeit $c_\infty = \rho_0 (A_{T1} A_1 / V_1 + A_{T2} A_2 / V_2)$ die Dämpfung.

Zusammenfassend gilt: Dämpfung kann nur in den Frequenzbereichen stattfinden, in denen eine Änderung der Steifigkeit zu beobachten ist. Dies kann alternativ mit der Kramers-Kronig-Relation [4] gezeigt werden. Die Dämpfung muss zwischen den oben genannten Frequenzbereichen ein Maximum annehmen. Für lineare Übertragungsglieder ist das damit verbundene Maximum im Verlustwinkel durch das Verhältnis der Steifigkeiten gegeben:

$$\delta = \delta_\gamma = \arctan(\sqrt{\gamma}) - \arctan(1/\sqrt{\gamma}), \text{ für } f = f_\gamma$$

$$\delta = \delta_{\max} = \arctan(\sqrt{c_\infty/c_1}) - \arctan(1/\sqrt{c_\infty/c_1}), \text{ für } f = f_0. \quad (1)$$

Der durch Fahrwerkentwickler und Abstimmfahrer häufig geäußerte Wunsch Dämpfung unabhängig von der Steifigkeit einzustellen ist prinzipiell nicht möglich!

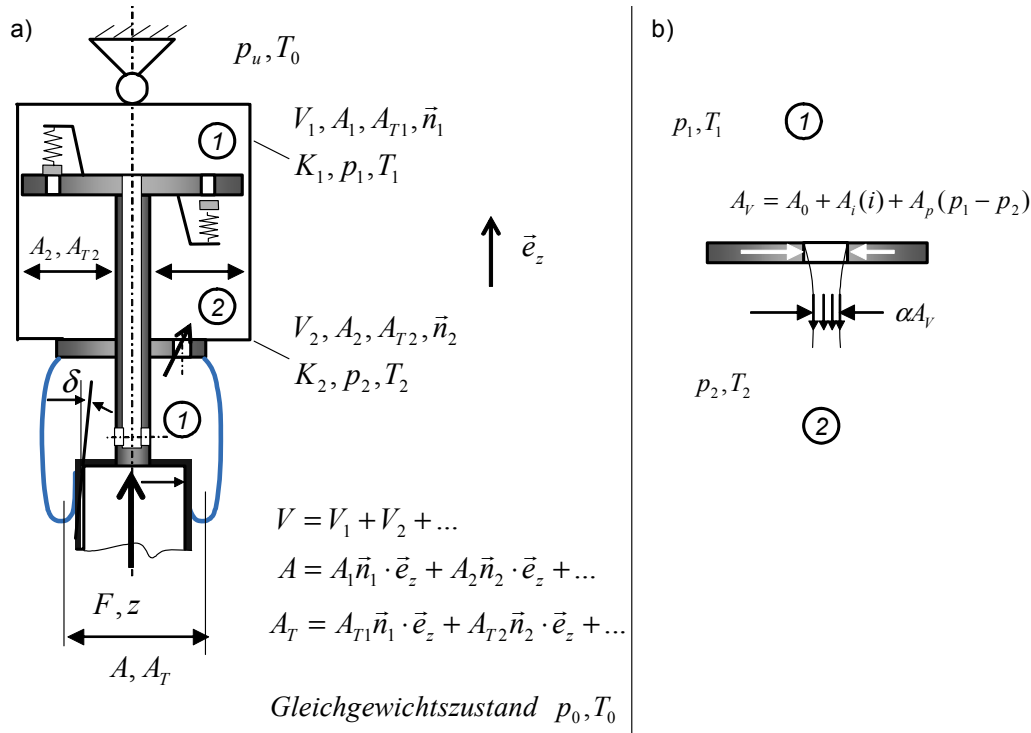


Abb. 5: Physikalische Parameter zur Beschreibung eines Luftfederdämpfers. a) Beschreibung der Räume durch geometrische Parameter Volumen, Fläche und Wärmedurchgang.

b) Ventilbeschreibung.

Typische Frequenzen bzw. Relaxationszeiten von Luftfeder und Luftfederdämpfersystemen

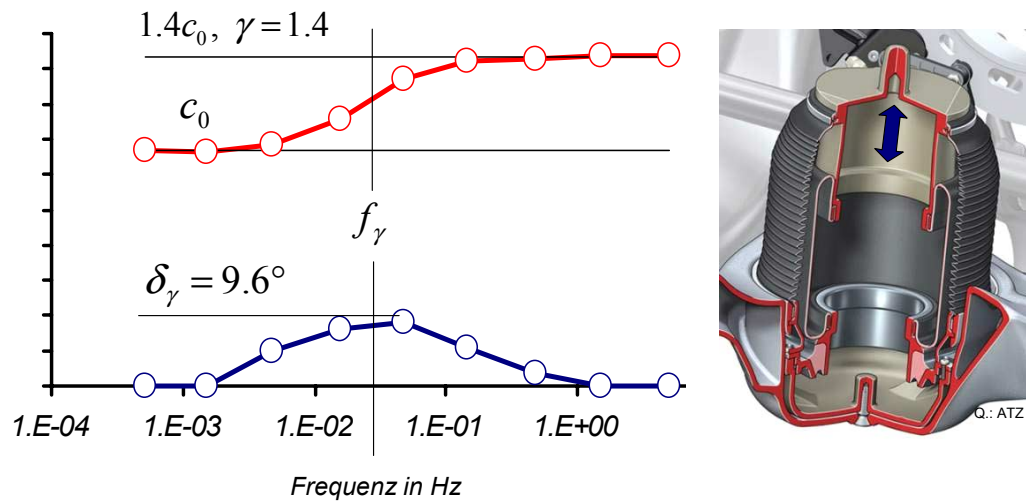


Abb. 6: Übergang von isothermer zu adiabater Zustandsänderung bei einer Luftfeder

Im Folgenden sollen die Steifigkeitsübergänge bei Luftfederdämpfersystemen dimensionsanalytisch behandelt werden:

1. Anstieg der Steifigkeit von c_0/γ auf c_0 im Bereich der Frequenz f_γ und dem Verlustwinkelmaximum δ_γ
2. Anstieg der Steifigkeit von c_0 auf c_∞ im Bereich der Abstimmfrequenz f_0 und dem Verlustwinkelmaximum δ_{\max} bzw. dem Dämpfungsmaximum W_{\max} .

Abbildung 6 zeigt den Übergang von isothermer zu adiabater Zustandsänderung bei einer Luftfeder. Gleichung (1) bestimmt das Maximum des Verlustwinkels für Luft mit $\gamma=1.4$ zu $\delta_\gamma=9.6^\circ$, was durch den Versuch sehr gut wiedergegeben ist. Die typische Frequenz $f_\gamma = \tau^{-1}$ ist durch den Wärmestrom $\dot{Q} = K(T - T_u)$, mit $K = kA$, sowie der zeitlichen Änderung der inneren Energie $E = C_V(T - T_u)$, mit $C_V = c_V m$ bestimmt. Die Relaxationszeit τ des Vorganges ist damit aus Dimensionsgründen von der Größenordnung $\tau \approx c_V m / kA$. Wird die Gasmasse durch Volumen und homogene Dichte $\rho_i = p_0 / RT_0$ ausgedrückt (Gaskonstante $R = c_p - c_V$), so folgt für die typische Frequenz $f_\gamma = (\gamma - 1)A / V T_0 k / p_0$. Die volumenspezifische Oberfläche A/V hat die Dimension 1/Länge. Sie ist maximal gleich $3/h_0$

für eine Kugel und gleich $2/h_0$ für einen unendlichen Zylinder jeweils vom Radius h_0 . Den minimalen Wert nimmt die volumenspezifische Oberfläche mit $1/(2h_0)$ für zwei unendlich ausgedehnte ebene Platten im Abstand $2h_0$ an. Dies führt auf die Abschätzung $f_\gamma = (0.2 \dots 1.2) T_0 k / p_0 h_0$. Mit den Zahlenwerten $T_0 = 296K$, $p_0 = 10bar$, $k = 15W/m^2/K$, $h_0 = 10cm$ errechnet sich die typische Frequenz zu $f_\gamma = 0.009 \dots 0.015Hz$. Sowohl f_γ als auch δ_γ stimmen sehr gut mit der in Abbildung 6 dargestellten Messung überein.

Physikalisches Modell eines Luftfedersystems

Soll der Verlauf der dynamischen Steifigkeit über der Frequenz vorhergesagt werden, ist die Kontinuitätsgleichung

$$(V + zA)\dot{\rho} + \rho A\dot{z} + \dot{m} = 0 \quad (2)$$

als auch die Energiegleichung

$$(V + zA)(\rho c_V T)^{\bullet} + c_p T A \dot{z} + \dot{m} T c_p = -K(T - T_u) \quad (3)$$

gekoppelt mit der thermischen Zustandsgleichung

$$p = \rho R T \quad (4)$$

zu lösen (vgl. [5] bis [8]). Der jeweils erste Term auf der linken Seite von (2), (3) stellt die lokale Änderung der integralen Größen Masse bzw. innere Energie, der zweite Term den Fluss von Masse bzw. Enthalpie über die bewegte Wand, der dritte Term den Massen- bzw. Enthalpiestrom infolge einer Ventilströmung bzw. Leckageströmung da. Auf der rechten Seite der Energiegleichung (3) ist der oben bereits angesprochene Wärmestrom zu erkennen. Das nichtlineare System (2) bis (4) genügt den Anfangsbedingungen $p(t=0) = p_0, T(0) = T_0$ und kann leicht numerisch integriert werden. Die Verdrängerfläche A kennzeichnet die bereits oben angesprochene kinematische Größe $A = -dV/dz$. Die Tragfläche ist über die Kraftbilanz am Freikörperbild definiert

$$F = (p - p_u) A_T. \quad (5)$$

Für den Fall einer Luftfeder ist der Massenstrom $\dot{m} = 0$. Für einen Luftfederdämpfer beschreibt das System (2), (3), (4) repräsentativ die Entwicklung des Zustandes p, T in einem

der Volumina, so dass die Größen zur Unterscheidung mit Indizes (vgl. Abb. 5a) versehen werden müssen.

Bei einem Luftfederdämpfer ist in letzter Konsequenz der Massenstrom für die dissipierte Leistung verantwortlich. Wie oben bereits diskutiert, kann der Massenstrom und damit die Dämpfung nicht durch die Viskosität bestimmt sein. Die Beschleunigung der Luft aus der Ruhe bis in den engsten Querschnitt ist isentrop. Allein aus Dimensionsgründen ist der Massenstrom damit im allgemeinen Fall eine Funktion der Art $\dot{m} / \alpha A_V \rho_1 a_1 = f(p_2 / p_1)$, wobei A_V den summarischen kleinsten Ventilquerschnitt bezeichnet, α die Strahlkontraktion quantifiziert und $a_1 = \sqrt{\gamma R T_1}$ die Ruheschallgeschwindigkeit im Volumen 1 kennzeichnet (vgl. Abb. 5b). Ist der Druck im Volumen 1 soviel größer als der Druck im Volumen 2, dass die Strömung im Freistrahler auf Schallgeschwindigkeit beschleunigt wird, kann der Massenstrom keine Funktion vom Druck p_2 sein, da die Information über diese Randbedingung maximal mit Schallgeschwindigkeit stromauf transportiert werden kann. Schallgeschwindigkeit wird beim kritischen Druckverhältnis $p_2 / p_1 = 0.528$ erreicht. Für überkritisches Druckverhältnis ist der Massenstrom konstant gleich $\dot{m} / \alpha A_V \rho_1 a_1 = 0.578$, wobei die Konstante mithilfe der Bernoullischen Gleichung bestimmt ist. Diese physikalische Ventilbeschreibung erlaubt es sowohl gesteuerte $A_0 + A_i(i)$, mit z.B. stromgesteuerter Offenfläche, als auch selbsttätige Ventile mit druckabhängiger Offenfläche $A_p(p_1 - p_2)$ zu beschreiben.

$$A_V = A_0 + A_p(p_1 - p_2) + A_i(i). \quad (6)$$

Eine Bypassschaltung wie in Abbildung 2 und 5 gezeigt wird durch Summation der Flächen modelliert. Durch die Ventilsteuerung $A_i(i)$ wird das Bauteilverhalten, genauer die Abstimmfrequenz $f_0(A_V, \hat{z})$, auf das gewünschte Systemverhalten angepasst. So hat sich gezeigt, dass eine „Sky Hook“ Steuerung auch mit luftgedämpften Systemen möglich ist, was in dem Beitrag von Sonnenburg und Meß gezeigt wird.

Linearisierung durch Störansatz

Im Folgenden soll das System (2), (3), (4) für eine Luftfeder ($\dot{m} = 0$) bei kleinen Anregungsamplituden $zA/V \ll 1$ im eingeschwingenen Zustand analysiert werden. Hierzu führt der Störansatz $\rho = \rho_0 + \tilde{\rho}$, $T = T_0 + \tilde{T}$, $p = p_0 + \tilde{p}$, mit $\tilde{p} = \tilde{\rho} R T_0 + \rho_0 R \tilde{T}$ auf die linearisierten Erhaltungsgleichungen

$$\dot{\tilde{p}}V + A\rho_o\dot{z} = 0 \quad (7)$$

und

$$\dot{\tilde{p}}V + A\dot{z}\varpi_0 + (\gamma-1)K\tilde{T} = 0. \quad (8)$$

Der harmonische Ansatz $V^+ \exp(i\Omega t) := \hat{z}A/V \exp(i\Omega t)$, $p^+ \exp(i\Omega t) := \tilde{p}/p_0 \exp(i\Omega t)$, ... führt auf den Druckverlauf

$$\frac{p^+}{V^+} = \frac{1+i\gamma\tau\Omega}{1+i\tau\Omega}. \quad (9)$$

Dabei taucht im Sinne einer inspektionellen Dimensionsanalyse [1] die oben bereits eingeführte Relaxationszeit $\tau = (0.8..5)p_0h_0/T_0k$ wieder auf. Der Druckverlauf ist gleich dem Verlauf der Steifigkeit, da $c := \tilde{p}A/\tilde{z} = p^+/V^+ * c_0/\gamma$ gilt. Dabei ist die Auslegungssteifigkeit durch $c_0 = \varpi_0A^2/V$ gegeben. Daraus folgt das Ergebnis

$$c^+ = \gamma \frac{c}{c_0} = \frac{1+i\gamma\tau\Omega}{1+i\tau\Omega} \quad (10)$$

welches in Abbildung 7 als Bodediagramm dargestellt ist.

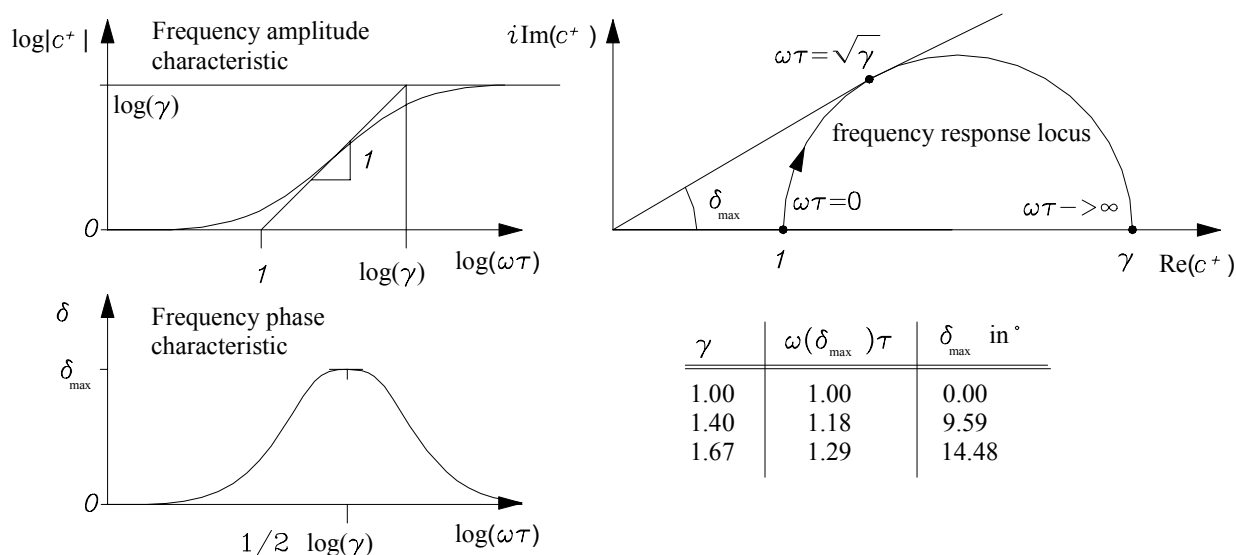


Abb. 7: Bode Diagramm für eine Luftfeder [8].

Analytische Bestimmung der Wärmedurchgangszahl für ein Luffedersystem

Bei allen bisherigen Überlegungen war die Wärmedurchgangszahl k als bekannt angesehen. In [8] wird lokal das Strömungsfeld zwischen zwei unendlich ausgedehnten ebenen Platten betrachtet, deren Abstand $2h_0$ in der Zeit harmonisch mit der Frequenz Ω verändert wird. Zur Bestimmung des Temperaturfeldes im Abstand y von der Symmetrieebene werden die Navier-Stokesschen Gleichungen für kleine Anregungen analytisch gelöst. Die Lösung führt auf ein Eigenwertproblem, dessen Lösung in Abbildung 8 dargestellt ist.

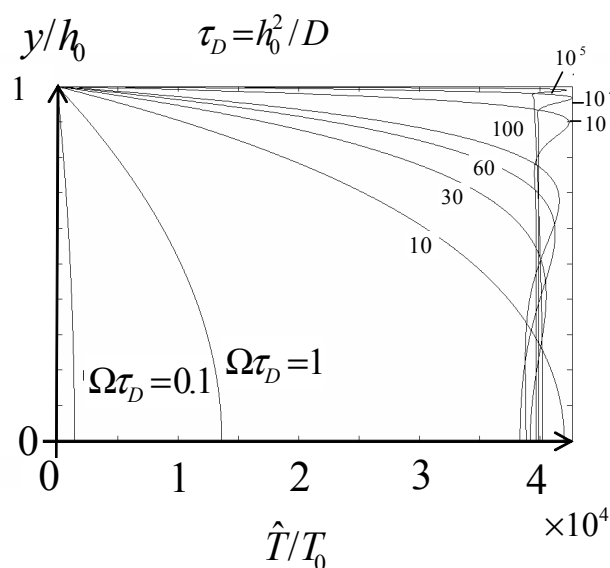


Abb. 8: Temperaturgrenzschicht innerhalb einer Luffeder bei unterschiedlicher dimensionsloser Frequenz.

Die Abbildung zeigt den Verlauf Temperaturamplitude über dem Abstand von der Symmetrieebene für unterschiedliche dimensionslose Frequenzen $\Omega\tau_D$. Die typische Zeit ist $\tau_D = h_0^2 / D$ mit der Wärmeleitfähigkeit $D = \lambda / c_p \rho_0$ und der Wärmeleitfähigkeit λ . Für Frequenzen $\Omega \gg \tau_D$ findet die Wärmeleitung allein in einer wandnahen Grenzschicht statt. Durch Auswerten der dynamischen Steifigkeit bestimmt sich die dimensionslose Wärmeübergangszahl, auch Nusseltzahl genannt, auf rein analytischem Weg zu $Nu = \alpha h_0 / \lambda = 3$. Der innere Wärmewiderstand ist als der dominierende Widerstand anzusehen. Daher gilt für die Wärmedurchgangszahl näherungsweise $k \approx \alpha = 3\lambda / h_0$.

3. Einfluss der Wegamplitude, der Temperatur und des Ventils

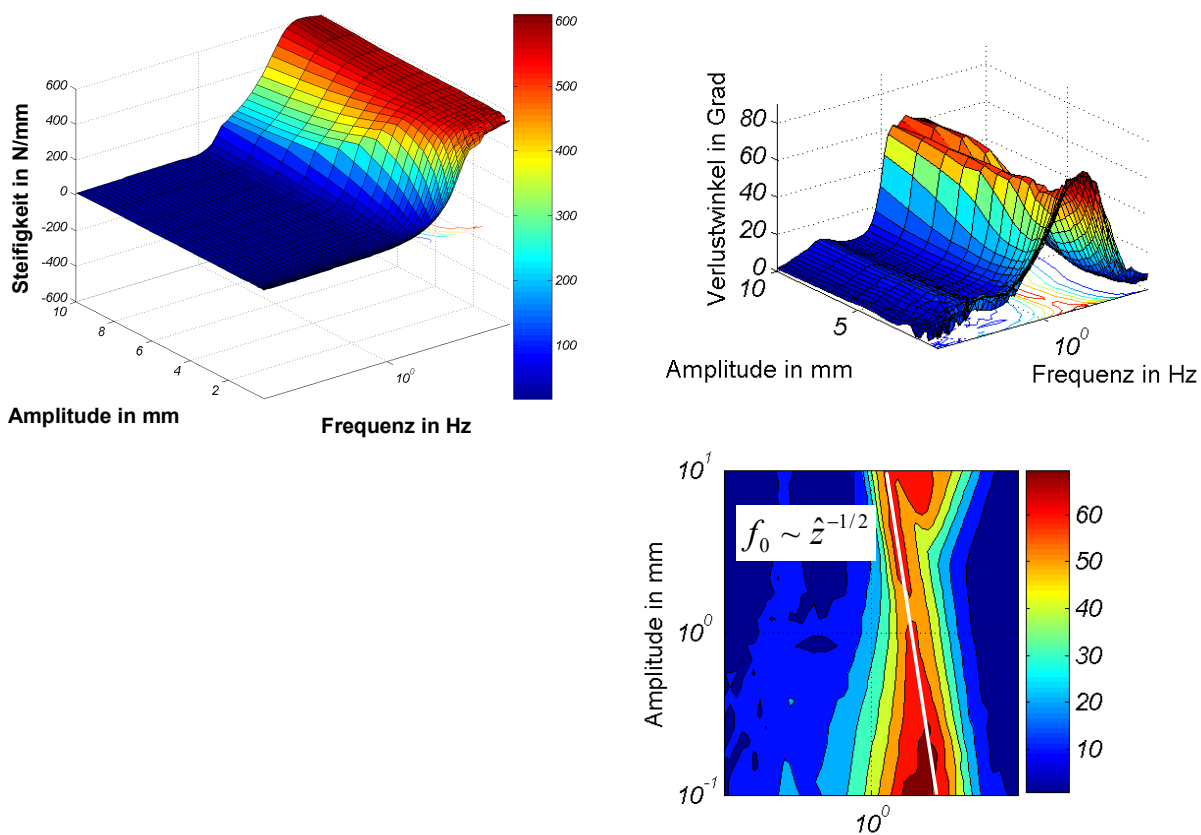


Abb. 9: Einfluss der Wegamplitude auf die Abstimmfrequenz des Luftfederdämpfers

Abbildung 9 zeigt das Übertragungsverhalten $c(f, \hat{z}), \delta(f, \hat{z})$ eines Luftfederdämpfers mit 3 aktiven Volumina, wie er z.B. von Vibracoustic und ZF Sachs entwickelt worden ist [9]. Da das Bauteil zwei Ventile aufweist, durch welche im relevanten Frequenzbereich Dissipiert wird, sind zusammen mit dem diskutierten Maximum infolge des Wärmeübergangs drei Dämpfungsmaxima im Phasenwinkel zu erkennen. Offensichtlich ist die Abstimmfrequenz f_0 des Bauteils amplitudenabhängig $f_0(\hat{z})$ und es stellt sich unter anderem die Frage nach der Art der Abhängigkeit. Hierzu sei angenommen, dass der druckabhängige Ventiltteil nicht aktiv sei, so dass $A_v = A_0 + A_i(i)$ gilt. Für die Abstimmfrequenz gilt der funktionale Zusammenhang $f_0 = fn(p_0, T_0, R, \gamma, h_0, A_v, \hat{z}, \alpha_i)$, wobei die Bauteilgestalt durch die Längenverhältnisse $\alpha_1 = L_1 / h_0, \alpha_2 = L_2 / h_0, \dots$ eindeutig beschrieben ist. Aus der Dimensionsanalyse (vgl. zur Theorie der Dimensionsanalyse [1]) folgt aus dem obigen Zusammenhang:

$$\frac{f_0}{\sqrt{\gamma R T_0} A_V^{1/2}} = fn\left(\frac{\hat{z}}{h_0}, \gamma, \alpha_i\right). \quad (11)$$

Dabei wurde berücksichtigt, dass $A_V / h_0^2 \ll 1$ gegen Null geht und aus diesem Grund auf der rechten Seite keinen Einfluss haben kann. Mit dem Ergebnis (11) ist allein durch eine Dimensionsbetrachtung der Einfluss der Temperatur, des Druckes und der Ventilfläche auf das Übertragungsverhalten eines Luftfederdämpfers gegeben:

- Die Abstimmfrequenz verhält sich proportional zur Wurzel der Absoluttemperatur $f_0 \sim T_0^{1/2}$. Durch Temperaturerhöhung verschiebt sich die Abstimmfrequenz und damit das Dämpfungsmaximum hin zu höheren Frequenzen. Bei einer Temperaturänderung um 50°K von -23°C auf 27°C ist die Abstimmfrequenz um 10% erhöht.
- Für das gesteuerte Ventil hat der Systemdruck keinen Einfluss auf die Abstimmfrequenz.
- Die Abstimmfrequenz ist proportional der Wurzel der Ventilfläche $f_0 \sim A_V^{1/2}$

Für das Dämpfungsmaximum $W_{\max} = fn(p_0, T_0, R, \gamma, h_0, A_V, \hat{z}, \alpha_i)$ folgt entsprechend

$$\frac{W_{\max}}{p_0 h_0^3} = fn\left(\frac{\hat{z}}{h_0}, \gamma, \alpha_i\right). \quad (12)$$

Das Ergebnis (12) zusammengefasst lautet:

- Das Dämpfungsmaximum bleibt von einer Temperaturänderung unbeeinflusst.
- Die maximale Dämpfearbeit pro Schwingenspiel ist proportional zum Absolutdruck p_0 .

Da das Gleichgewicht $mg = (p_0 - p_u)A_T$ gilt, adaptiert sich das luftgedämpfte System selbständig auf höhere Beladungsgewichte mg und schwingende Massen m .

Über die Möglichkeiten der Dimensionsanalyse hinaus zeigt sich, dass bei gesteuertem Ventil die Amplitudenabhängigkeit durch

$$\frac{f_0}{\sqrt{\gamma R T_0} A_0^{1/2}} = \left(\frac{\hat{z}}{h_0}\right)^{-1/2} fn(\gamma, \alpha_i), \quad (10)$$

$$\frac{W_{\max}}{p_0 h_0^3} = \left(\frac{\hat{z}}{h_0}\right)^2 fn(\gamma, \alpha_i) \quad (11)$$

beschrieben wird. D.h. mit größer werdender Amplitude verschiebt sich das Dämpfungsmaximum hin zu kleineren Frequenzen (vgl. Abb. 9). Hierauf kann mit einer Ventilsteuerung reagiert werden (vgl. hierzu den Beitrag von Sonnenburg und Meß).

Literaturverzeichnis

- [1] J. H. Spurk; *Dimensionsanalyse in der Strömungslehre*; Springer-Verlag; Berlin, Heidelberg, 1992
- [2] H. Gold; *Vortrag Gasfederdämpfer der BMW HP2*; Vehicle Dynamics; Stuttgart, 2006
- [3] P. Pelz, T. Brüger, J. Merk; *Numerische Festigkeitsauslegung von Luftfedern*; in Material Testing; Carl Hanser Verlag; München 2007
- [4] <http://de.wikipedia.org/wiki/Kramers-Kronig-Relation>
- [5] P. Pelz; *Die Theorie des Luftfederdämpfers*, Freudenberg, Weinheim 2000
- [6] Eichler, Lion, Schuller, Sonnak; *Dynamik von Luftfedersystemen mit Zusatzvolumen*; VDI Bericht 1791; 2003
- [7] O. Krettek, J. Grajnert; *Die Luftfeder, ihre Berechnung und dynamische Eigenschaften*; in Fortschritte der Fahrzeugtechnik 9; Vieweg; Braunschweig 1992
- [8] P. Pelz, J. Buttenbender; *The Dynamic Stiffness of an Air Spring*; ISMA2004 International Conference on Noise & Vibration Engineering 20-22.9.04 Leuven (Belgium)
- [9] P. Pelz, R. Sonnenburg; *Bestimmung komfortoptimaler Designparameter eines Luft-Feder-Dämpfers im Fahrzeugmodell – Vergleich mit konventioneller hydraulischer Dämpfung*; VDI Tagung „Berechnung und Simulation im Fahrzeugbau“ 29-30. September 2004, Würzburg
- [10] T. Ehart; *Simulation des dynamischen Verhaltens von Luft-Feder-Dämpfern*; Diplomarbeit TU Darmstadt; 2001
- [11] P. Pelz; *Vorlesung zur Grundlage der Fluidsystemtechnik*; www.fst.tu-darmstadt.de TU Darmstadt; 2007